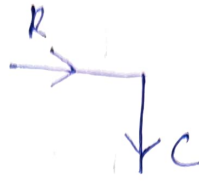


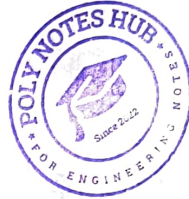
Matrix Multiplication

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$



$$B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$



$$= \begin{bmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_3 & a_1 b_2 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 & a_3 b_2 + a_4 b_4 \end{bmatrix}$$

1) Multiply $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \times 1 + (-1) \times 3 & 2 \times 2 + (-1) \times 4 \\ 3 \times 1 + 2 \times 3 & 3 \times 2 + 2 \times 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 - 3 & 4 - 4 \\ 3 + 6 & 6 + 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 14 \end{bmatrix} \text{ Ans}$$

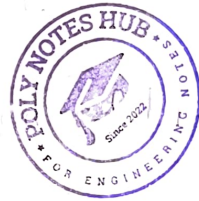
2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then $AB = ?$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 \times 1 + (-1) \times 3 & 1 \times 2 + (-1) \times 4 \\ 2 \times 1 + 3 \times 3 & 2 \times 2 + 3 \times 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 - 3 & 2 - 4 \\ 2 + 9 & 4 + 12 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 11 & 16 \end{bmatrix}$ (Ans)



3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $AB = BA$

$\Rightarrow \therefore AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 2 \times 0 & 1 \times 0 + 2 \times 1 \\ 3 \times 1 + 4 \times 0 & 3 \times 0 + 4 \times 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$\therefore BA =$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 0 \times 3 & 1 \times 2 + 0 \times 4 \\ 0 \times 1 + 1 \times 3 & 0 \times 2 + 1 \times 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$\therefore AB = BA$ (proved) ✓



4) If $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ then $AB = ?$

$$\rightarrow AB \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \\ \sin \alpha + 0 & \cos \alpha + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin 2\alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \text{ (Ans)}$$

$$5) \text{ If } A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ \& } B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \text{ then } AB - BA = ?$$

$$\rightarrow AB = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+63 & 10+18 \\ 4+21 & 20+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 65 & 28 \\ 25 & 26 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow BA = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+20 & 9+15 \\ 14+8 & 63+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 22 & 24 \\ 22 & 69 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AB - BA$$

$$= \begin{bmatrix} 65 & 28 \\ 25 & 26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 22 & 24 \\ 22 & 69 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 43 & 4 \\ 3 & -43 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$



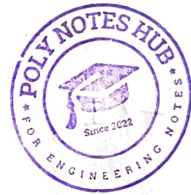
6) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ Find the product

of AB

$$\rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 - 1 + 4 & 0 + 0 + 2 & 0 + 0 + 0 \\ 1 - 2 + 6 & -2 + 0 + 3 & 0 + 0 + 0 \\ 2 - 3 + 8 & -4 + 0 + 4 & 0 + 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} \text{ (Ans)}$$



7) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ Find the product

of BA

$$\rightarrow B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 + 0 + 0 & 0 + 0 + 0 & 2 + 0 + 0 \\ 0 + 0 + 0 & 0 + 2 + 0 & 0 + 0 + 0 \\ 2 + 0 + 0 & 0 + 2 + 0 & 2 + 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ (Ans)}$$

8) If $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then $I_3^2 + 2I_3 = ?$

$\rightarrow \therefore I_3^2 = I_3 \times I_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore 2I_3 = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore I_3^2 + 2I_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ (Ans)}$$

$$= 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

~~Ans~~ $= 3I_3$ (Ans)

