

ত্রিকোণমিতি (TRIGONOMETRY)

সরকারি চাকরির পরীক্ষার জন্য সম্পূর্ণ নোটস, শর্টকাট ট্রিকস ও ৫০টি
প্র্যাকটিস MCQ

সংজ্ঞা (Definition)

ত্রিকোণমিতি (Trigonometry) গণিতের একটি শাখা যেখানে সমকোণী ত্রিভুজের বাহু ও কোণের মধ্যে সম্পর্ক নিয়ে আলোচনা করা হয়। একটি সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণ ব্যতীত অন্য একটি কোণ θ ধরলে, তার সাপেক্ষে ত্রিভুজের বাহুগুলোকে লম্ব (Perpendicular), ভূমি (Base), এবং অতিভুজ (Hypotenuse) নামে চিহ্নিত করা হয়। এই তিনটি বাহুর অনুপাত থেকে ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ($\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$, $\cot$) পাওয়া যায়। সরকারি চাকরির পরীক্ষায় এই অধ্যায় থেকে মৌলিক অনুপাত, অভেদাবলী (Identities) এবং উচ্চতা-দূরত্ব (Heights and Distances) সংক্রান্ত প্রশ্ন প্রতিবারই আসে।

মূল সূত্রাবলী (Basic Formulas)

- $\sin\theta = \text{লম্ব} \div \text{অতিভুজ}$
- $\cos\theta = \text{ভূমি} \div \text{অতিভুজ}$
- $\tan\theta = \text{লম্ব} \div \text{ভূমি} = \sin\theta \div \cos\theta$
- $\operatorname{cosec}\theta = 1 \div \sin\theta = \text{অতিভুজ} \div \text{লম্ব}$
- $\sec\theta = 1 \div \cos\theta = \text{অতিভুজ} \div \text{ভূমি}$
- $\cot\theta = 1 \div \tan\theta = \text{ভূমি} \div \text{লম্ব}$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
- $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$
- $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$ এবং $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$
- $\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta$ এবং $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$
- $\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$ এবং $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$

13. $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$; $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$

14. $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$; $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

15. উচ্চতা ও দূরত্ব সংক্রান্ত প্রশ্নে: উচ্চতা = দূরত্ব $\times \tan(\text{উন্নয়ন কোণ})$

16. উন্নয়ন কোণ (Angle of Elevation) ও নতি কোণ (Angle of Depression) সবসময় অনুভূমিক রেখার সাপেক্ষে পরিমাপ করা হয়

17. পিথাগোরাসের উপপাদ্য: $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$ — দুই বাহু জানা থাকলে তৃতীয় বাহু নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়

প্রমিত কোণের মান সারণি (Standard Angle Values)

কোণ (θ)	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$	0
tan	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত

সমাধানসহ উদাহরণ (Solved Examples)

উদাহরণ ১: একটি সমকোণী ত্রিভুজে লম্ব = ৬, ভূমি = ৮। অতিভুজ ও $\sin \theta$ নির্ণয় কর (θ = লম্বের বিপরীত কোণ)।

সমাধান: অতিভুজ = $\sqrt{(6^2+8^2)} = \sqrt{(36+64)} = \sqrt{100} = 10$ । $\sin \theta = \text{লম্ব} \div \text{অতিভুজ} = 6/10 = 3/5$ ।

উদাহরণ ২: একটি টাওয়ারের পাদদেশ থেকে ৩০ মিটার দূরে দাঁড়িয়ে একজন ব্যক্তি টাওয়ারের চূড়ার উন্নয়ন কোণ 60° পান। টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: উচ্চতা = দূরত্ব $\times \tan 60^\circ = 30 \times \sqrt{3} = 30\sqrt{3}$ মিটার।

শর্টকাট ট্রিকস (Short Tricks)

১. প্রমিত কোণের sin মান মনে রাখতে: ০, ১, ২, ৩, ৪ কে ৪ দিয়ে ভাগ করে বর্গমূল নাও —

$\sqrt{(0/4)}, \sqrt{(1/4)}, \sqrt{(2/4)}, \sqrt{(3/4)}, \sqrt{(4/4)} = 0, 1/2, 1/\sqrt{2}, \sqrt{3}/2, 1$ (যথাক্রমে $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$)।

2. $\cos$ এর মান $\sin$ এর ঠিক উল্টো ক্রমে বসে (0° এর $\cos = 90^\circ$ এর $\sin$, এবং এভাবে চলতে থাকে) — আলাদা করে মুখস্থ করার দরকার নেই।
3. $\tan = \sin \div \cos$ সবসময় মনে রাখলে আলাদাভাবে $\tan$ এর সারণি মুখস্থ করার প্রয়োজন পড়ে না।
4. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ এই মূল অভেদটি মুখস্থ রাখলে, $\cos^2\theta$ দিয়ে ভাগ করে $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ এবং $\sin^2\theta$ দিয়ে ভাগ করে $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$ সহজেই বের করা যায়।
5. উচ্চতা-দূরত্ব সমস্যায় সবসময় উচ্চতা = দূরত্ব $\times \tan(\text{কোণ})$ সূত্র ব্যবহার কর — উন্নয়ন কোণ বাড়লে উচ্চতা/দূরত্বের অনুপাতও বাড়ে।
6. সম্পূরক কোণের সম্পর্ক ($90^\circ - \theta$) মনে রাখতে: 'sin-cos', 'tan-cot', 'sec-cosec' জোড়ায় জোড়ায় একে অপরে রূপান্তরিত হয়।
7. 15° , 75° এর মতো অ-প্রমিত কোণের মান বের করতে $\sin(A \pm B)$, $\cos(A \pm B)$ সূত্র ব্যবহার করে সেগুলোকে প্রমিত কোণের যোগ/বিয়োগ আকারে প্রকাশ কর।
8. সমকোণী ত্রিভুজে 30° - 60° - 90° কোণের বাহুর অনুপাত $1:\sqrt{3}:2$ এবং 45° - 45° - 90° কোণের বাহুর অনুপাত $1:1:\sqrt{2}$ মুখস্থ রাখলে অনেক প্রশ্ন সরাসরি সমাধান করা যায়।

অনুশীলনী: ৫০টি গুরুত্বপূর্ণ MCQ

(সহজ থেকে জটিল স্তর পর্যায়ক্রমে সাজানো হয়েছে)

1. $\sin 30^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/2$ (খ) $1/\sqrt{2}$ (গ) $\sqrt{3}/2$ (ঘ) 1

2. $\cos 60^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/2$ (খ) $1/\sqrt{2}$ (গ) $\sqrt{3}/2$ (ঘ) 1

3. $\tan 45^\circ$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) $1/\sqrt{3}$ (গ) 1 (ঘ) $\sqrt{3}$

4. $\sin 90^\circ$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) $1/2$ (গ) $1/\sqrt{2}$ (ঘ) 1

5. $\cos 0^\circ$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) $1/2$ (গ) $1/\sqrt{2}$ (ঘ) 1

6. $\tan 60^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/\sqrt{3}$ (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) অসংজ্ঞায়িত

7. একটি সমকোণী ত্রিভুজে লম্ব=3, ভূমি=4, অতিভুজ=5। $\sin\theta$ এর মান কত (θ = লম্বের বিপরীত কোণ)?

(ক) $3/4$ (খ) $3/5$ (গ) $4/5$ (ঘ) $4/3$

8. উপরের প্রশ্ন অনুযায়ী $\cos\theta$ এর মান কত?

(ক) $3/4$ (খ) $3/5$ (গ) $4/5$ (ঘ) $4/3$

9. উপরের প্রশ্ন অনুযায়ী $\tan\theta$ এর মান কত?

(ক) $3/4$ (খ) $3/5$ (গ) $4/5$ (ঘ) $4/3$

10. $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) $\tan\theta$

11. $1 + \tan^2\theta$ এর মান কত?

(ক) $\operatorname{cosec}^2\theta$ (খ) $\sec^2\theta$ (গ) $\sin^2\theta$ (ঘ) $\cos^2\theta$

12. $1 + \cot^2\theta$ এর মান কত?

(ক) $\sec^2\theta$ (খ) $\operatorname{cosec}^2\theta$ (গ) $\tan^2\theta$ (ঘ) $\cot^2\theta$

13. $\sin\theta \times \operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) $\sin\theta$

14. $\tan\theta \times \cot\theta$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) $\tan^2\theta$ (ঘ) $\cot^2\theta$

15. $\sin(90^\circ - \theta)$ এর মান কত?

(ক) $\sin\theta$ (খ) $\cos\theta$ (গ) $\tan\theta$ (ঘ) $\cot\theta$

16. $\cos(90^\circ - \theta)$ এর মান কত?

(ক) $\sin\theta$ (খ) $\cos\theta$ (গ) $\tan\theta$ (ঘ) $\cot\theta$

17. $\tan(90^\circ - \theta)$ এর মান কত?

(ক) $\sin\theta$ (খ) $\cos\theta$ (গ) $\tan\theta$ (ঘ) $\cot\theta$

18. $\sec(90^\circ - \theta)$ এর মান কত?

(ক) $\sec\theta$ (খ) $\operatorname{cosec}\theta$ (গ) $\tan\theta$ (ঘ) $\cot\theta$

19. $\sin 45^\circ \times \cos 45^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/4$ (খ) $1/2$ (গ) 1 (ঘ) $\sqrt{2}$

20. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/2$ (খ) 1 (গ) $3/2$ (ঘ) 2

21. $\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 3

22. $\sin 60^\circ \div \cos 30^\circ$ এর মান কত?

(ক) $1/2$ (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 2

23. একটি মই একটি দেয়ালের সাথে 60° কোণ তৈরি করে হেলান দেওয়া আছে। মইয়ের দৈর্ঘ্য 10 মিটার হলে, দেয়াল বরাবর মইয়ের উচ্চতা কত?

(ক) 5 (খ) $5\sqrt{3}$ (গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) 10

24. একজন পর্যবেক্ষক একটি টাওয়ারের পাদদেশ থেকে 50 মিটার দূরে দাঁড়িয়ে টাওয়ারের চূড়ার উন্নয়ন কোণ (Angle of Elevation) 30° পান। টাওয়ারের উচ্চতা কত?

(ক) $50/\sqrt{3}$ (খ) $50\sqrt{3}$ (গ) 25 (ঘ) 50

25. একটি টাওয়ারের উচ্চতা 100 মিটার। এর পাদদেশ থেকে কত দূরত্বে দাঁড়ালে উন্নয়ন কোণ 45° হবে?

(ক) 50 (খ) 75 (গ) 100 (ঘ) 150

26. একটি গাছের উচ্চতা $20\sqrt{3}$ মিটার। এর থেকে 20 মিটার দূরে দাঁড়িয়ে একজন ব্যক্তি গাছের চূড়া দেখলে উন্নয়ন কোণ কত হবে?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

27. একটি বিল্ডিংয়ের উচ্চতা তার ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান হলে, সূর্যের উন্নয়ন কোণ কত?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

28. $\sin\theta = 1/2$ হলে θ এর মান কত ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)?

(ক) 0° (খ) 30° (গ) 45° (ঘ) 60°

29. $\cos\theta = 1/\sqrt{2}$ হলে θ এর মান কত?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

30. $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান কত?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

31. $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) $\tan^2\theta$

32. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) $\cot^2\theta$

33. $(1 - \cos^2\theta)$ এর মান কত?

(ক) $\cos^2\theta$ (খ) $\sin^2\theta$ (গ) $\tan^2\theta$ (ঘ) 1

34. $(1 - \sin^2\theta)$ এর মান কত?

(ক) $\cos^2\theta$ (খ) $\sin^2\theta$ (গ) $\tan^2\theta$ (ঘ) 1

35. $\sin\theta = \cos\theta$ হলে θ এর মান কত ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)?

(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

36. একটি সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ 13 এবং একটি বাহু 5 হলে, অপর বাহুটি কত?

(ক) 10 (খ) 11 (গ) 12 (ঘ) 14

37. উপরের প্রশ্ন অনুযায়ী ছোট কোণের $\tan$ মান কত (5 বাহুর বিপরীত কোণ)?

(ক) $5/12$ (খ) $5/13$ (গ) $12/13$ (ঘ) $12/5$

38. দুইটি টাওয়ারের মধ্যে দূরত্ব 100 মিটার। একটি টাওয়ারের চূড়া থেকে অপরটির পাদদেশের নতি কোণ (Angle of Depression) 30° হলে, প্রথম টাওয়ারের উচ্চতা কত?

(ক) $100/\sqrt{3}$ (খ) $100\sqrt{3}$ (গ) 50 (ঘ) 100

39. $\sin 15^\circ$ এর সঠিক মান নির্ণয়ের জন্য কোন সূত্র ব্যবহার করা হয় (যেহেতু $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$)?

(ক) $\sin(A+B)$ (খ) $\sin(A-B)$ (গ) $\cos(A+B)$ (ঘ) $\tan(A-B)$

40. $\sin 75^\circ$ নির্ণয়ে 75° কে কোন দুটি প্রমিত কোণের সমষ্টি হিসেবে সবচেয়ে সহজে প্রকাশ করা যায়?

(ক) $30^\circ + 45^\circ$ (খ) $60^\circ + 30^\circ$ (গ) $90^\circ - 15^\circ$ (ঘ) $45^\circ + 45^\circ$

41. একটি মই একটি দেয়ালে এমনভাবে হেলানো আছে যে এটি ভূমির সাথে 45° কোণ তৈরি করে এবং মইয়ের পাদদেশ দেয়াল থেকে 6 মিটার দূরে। মইয়ের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 6 (খ) $6\sqrt{2}$ (গ) $6\sqrt{3}$ (ঘ) 12

42. $\sin\theta = 3/5$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত?

(ক) $3/4$ (খ) $4/3$ (গ) $3/5$ (ঘ) $4/5$

43. একটি বৃক্ষ ঝড়ে ভেঙে গিয়ে এমনভাবে পড়ল যে তার চূড়া মাটি স্পর্শ করলো এবং ভাঙা অংশ মাটির সাথে 30° কোণ তৈরি করলো। বৃক্ষের গোড়া থেকে চূড়া স্পর্শ করা স্থানের দূরত্ব 15 মিটার হলে, ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $10\sqrt{3}$ (খ) $15\sqrt{3}$ (গ) $10\sqrt{2}$ (ঘ) 15

44. $\cot\theta = 4/3$ হলে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত?

(ক) $5/3$ (খ) $5/4$ (গ) $4/3$ (ঘ) $3/5$

45. $\sec\theta = 13/12$ হলে $\tan\theta$ এর মান কত?

(ক) $5/12$ (খ) $5/13$ (গ) $12/13$ (ঘ) $12/5$

46. দুইটি সম্পূরক কোণ A ও B এর জন্য $\sin A = \cos B$ হলে $A+B$ এর মান কত?

(ক) 45° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 180°

47. একটি বাড়ির ছাদ থেকে রাস্তায় দাঁড়ানো একটি গাড়ির নতি কোণ (Angle of Depression) 45° । বাড়ির উচ্চতা 20 মিটার হলে, গাড়িটি বাড়ির পাদদেশ থেকে কত দূরে আছে?

(ক) 15 (খ) 18 (গ) 20 (ঘ) 25

48. $\sin\theta = \cos(\theta - 30^\circ)$ হলে θ এর মান কত (θ একটি সূক্ষ্মকোণ)?

(ক) 45° (খ) 60° (গ) 75° (ঘ) 90°

49. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 30° হলে, বাহুগুলোর অনুপাত (বিপরীত : সন্নিহিত : অতিভুজ) কত?

(ক) $1:1:\sqrt{2}$ (খ) $1:\sqrt{3}:2$ (গ) $\sqrt{3}:1:2$ (ঘ) $1:2:\sqrt{3}$

50. একটি স্তম্ভের পাদদেশ থেকে 40 মিটার দূরে দাঁড়িয়ে একজন পর্যবেক্ষক স্তম্ভের চূড়ার উন্নয়ন কোণ 45° পান। স্তম্ভের উচ্চতা কত?

(ক) 30 (খ) 35 (গ) 40 (ঘ) 45

Poly Notes Hub

উত্তরমালা (Answer Key)

1. ক	2. ক	3. গ	4. ঘ	5. ঘ
6. গ	7. খ	8. গ	9. ক	10. খ
11. খ	12. খ	13. খ	14. খ	15. খ
16. ক	17. ঘ	18. খ	19. খ	20. খ
21. খ	22. খ	23. খ	24. ক	25. গ
26. গ	27. খ	28. খ	29. খ	30. গ
31. খ	32. খ	33. খ	34. ক	35. খ
36. গ	37. ক	38. ক	39. খ	40. ক
41. খ	42. ক	43. ক	44. ক	45. ক
46. গ	47. গ	48. খ	49. খ	50. গ

আরও এমন গুরুত্বপূর্ণ নোটস ও প্র্যাকটিস সেটের জন্য ভিজিট করো:

www.polynotesclub.co.in